Examenul național de bacalaureat 2026
Proba E. c)
Matematică *M_șt-nat*

Model

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de trei ore.**

SUBIECTUL I (30 de puncte)

5p **1.** Se consideră numerele complexe $z_1 = 4-3i$ și $z_2 = 1-2i$. Arătați că $z_1 + 3iz_2 = 10$.

5p **2.** Se consideră funcțiile $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=3-x$ și $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g(x)=2x+1$. Determinați numărul real a pentru care $f(a)=3a+g(3)$.

5p **3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_4\left(x^2+4\right)=\log_4 x+\log_4 5$.

5p **4.** Determinați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de două cifre, acesta să aibă produsul cifrelor egal cu 4.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(2,8)$, $B(0,4)$ și $C(a,b)$, unde a și b sunt numere reale. Determinați numerele reale a și b, știind că segmentele OA și BC au același mijloc.

5p **6.** Se consideră triunghiul ABC, dreptunghic în A, cu $C=\dfrac{\pi}{6}$. Raza cercului circumscris triunghiului ABC este egală cu 4. Arătați că $AB=4$.

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1. Se consideră matricele $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ și $A(x)=\begin{pmatrix}x-1 & 1\\ 1-x & x-5\end{pmatrix}$, unde x este număr real.

5p **a)** Arătați că $\det\left(A(6)\right)=10$.

5p **b)** Determinați numărul real a pentru care $A(3)\cdot A(3)=aI_2$.

5p **c)** Demonstrați că numărul $N=\det\left(A(m)\cdot A(2)-A(m-1)\right)$ este natural, pentru orice număr întreg m.

2. Se consideră polinomul $f=X^3+aX^2-2X+2$, unde a este număr real.

5p **a)** Arătați că $f(0)=2$, pentru orice număr real a.

5p **b)** Determinați numărul real a pentru care $x_1x_2x_3\left(1+x_1+x_2+x_3\right)=4$, unde x_1, x_2 și x_3 sunt rădăcinile polinomului f.

5p **c)** Știind că polinomul f este divizibil cu polinomul $X+1$, determinați restul împărțirii lui f la polinomul X^2-2.

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=e^x\left(x^2+x-1\right)$.

5p **a)** Arătați că $f'(x)=e^x\left(x^2+3x\right)$, $x\in\mathbb{R}$.

5p **b)** Arătați că $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^x+f(x)}{f'(x)}=\dfrac{1}{3}$.

5p **c)** Demonstrați că $e^{x+3}\left(x^2+x-1\right)\le 5$, pentru orice $x\in(-\infty,0]$.

2. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x+\sqrt{2x^2+1}$.

5p **a)** Arătați că $\int\limits_3^5\left(f(x)-\sqrt{2x^2+1}\right)dx=8$.

5p **b)** Arătați că $\int\limits_1^2\dfrac{x}{\left(f(x)-x\right)^2}dx=\dfrac{\ln 3}{4}$.

5p **c)** Determinați numărul real a pentru care volumul corpului obținut prin rotația graficului funcției $g:[0,2]\to\mathbb{R}$, $g(x)=f(x)$ în jurul axei Ox este egal cu $\frac{a\pi}{3}$.