Examenul național de bacalaureat 2026
Proba E. c)
Matematică *M_șt-nat*
BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Model

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- **Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$z_1+3iz_2=4-3i+3i(1-2i)=4-3i+3i-6i^2=$	**2p**
	$=4+6=10$	**3p**
2.	$g(3)=7$, $f(a)=3-a$, pentru orice număr real a	**2p**
	$3-a=3a+7$, de unde obținem $a=-1$	**3p**
3.	$\log_4\left(x^2+4\right)=\log_4(5x)$, de unde obținem $x^2-5x+4=0$	**3p**
	$x=1$ sau $x=4$, care convin	**2p**
4.	Mulțimea numerelor naturale de două cifre are 90 de elemente, deci sunt 90 de cazuri posibile	**2p**
	În mulțimea numerelor naturale de două cifre sunt 3 numere care au produsul cifrelor egal cu 4, deci sunt 3 cazuri favorabile, de unde obținem $p=\frac{3}{90}=\frac{1}{30}$	**3p**
5.	$M(1,4)$ este mijlocul segmentului OA	**2p**
	Cum M este mijlocul segmentului BC, obținem $a=2$ și $b=4$	**3p**
6.	$BC=2R=8$, unde R este raza cercului circumscris triunghiului ABC	**2p**
	$AB=\frac{BC}{2}=4$	**3p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$A(6)=\begin{pmatrix}5&1\\-5&1\end{pmatrix}\Rightarrow\det(A(6))=\begin{vmatrix}5&1\\-5&1\end{vmatrix}=5\cdot1-(-5)\cdot1=$	**3p**
	$=5+5=10$	**2p**
b)	$A(3)=\begin{pmatrix}2&1\\-2&-2\end{pmatrix}\Rightarrow A(3)\cdot A(3)=\begin{pmatrix}2&0\\0&2\end{pmatrix}=2I_2$	**3p**
	$2I_2=aI_2$, de unde obținem $a=2$	**2p**
c)	$A(m)\cdot A(2)-A(m-1)=\begin{pmatrix}m-1&1\\1-m&m-5\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&1\\-1&-3\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}m-2&1\\2-m&m-6\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0&m-5\\4-m&22-5m\end{pmatrix}$, de unde obținem $N=(m-4)(m-5)$, pentru orice număr întreg m	**3p**
	Cum $m-4$ și $m-5$ sunt numere întregi și $(m-4)(m-5)\geq 0$, obținem că numărul N este natural, pentru orice număr întreg m	**2p**
2.a)	$f(0)=0^3+a\cdot0^2-2\cdot0+2=$	**3p**
	$=0+0-0+2=2$, pentru orice număr real a	**2p**
b)	$x_1x_2x_3=-2$, $x_1+x_2+x_3=-a$, $x_1x_2x_3(1+x_1+x_2+x_3)=-2(1-a)$, pentru orice număr real a	**3p**
	$-2(1-a)=4$, de unde obținem $a=3$	**2p**

c)	$f(-1)=0$, de unde obținem $a=-3$	**2p**
	$f=X^3-3X^2-2X+2=\left(X^2-2\right)\left(X-3\right)-4$, deci restul împărțirii lui f la X^2-2 este -4	**3p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$f'(x)=e^x\left(x^2+x-1\right)+e^x(2x+1)=$	**3p**
	$=e^x\left(x^2+x-1+2x+1\right)=e^x\left(x^2+3x\right),\ x\in\mathbb{R}$	**2p**
b)	$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^x+f(x)}{f'(x)}=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^x\left(x^2+x\right)}{e^x\left(x^2+3x\right)}=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x(x+1)}{x(x+3)}=$	**3p**
	$=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x+1}{x+3}=\dfrac{1}{3}$	**2p**
c)	$f'(x)=0\Leftrightarrow x=-3$ sau $x=0$; pentru orice $x\in(-\infty,-3]$, $f'(x)\geq 0$, deci f este crescătoare pe $(-\infty,-3]$ și, pentru orice $x\in[-3,0]$, $f'(x)\leq 0$, deci f este descrescătoare pe $[-3,0]$	**3p**
	$f(x)\leq f(-3)$, pentru orice $x\in(-\infty,0]$ și, cum $f(-3)=\dfrac{5}{e^3}$, obținem $e^{x+3}\left(x^2+x-1\right)\leq 5$, pentru orice $x\in(-\infty,0]$	**2p**
2.a)	$\int\limits_3^5\left(f(x)-\sqrt{2x^2+1}\right)dx=\int\limits_3^5 x\,dx=\left.\dfrac{x^2}{2}\right\|_3^5=$	**3p**
	$=\dfrac{25}{2}-\dfrac{9}{2}=8$	**2p**
b)	$\int\limits_1^2\dfrac{x}{\left(f(x)-x\right)^2}dx=\int\limits_1^2\dfrac{x}{2x^2+1}dx=\dfrac{1}{4}\int\limits_1^2\dfrac{\left(2x^2+1\right)'}{2x^2+1}dx=\left.\dfrac{1}{4}\ln\left(2x^2+1\right)\right\|_1^2=$	**3p**
	$=\dfrac{\ln 9}{4}-\dfrac{\ln 3}{4}=\dfrac{\ln 3}{4}$	**2p**
c)	$V=\pi\int\limits_0^2 g^2(x)dx=\pi\int\limits_0^2\left(3x^2+1+2x\sqrt{2x^2+1}\right)dx=\pi\left(\left.x^3\right\|_0^2+\left.x\right\|_0^2+\dfrac{1}{2}\int\limits_0^2\sqrt{2x^2+1}\cdot\left(2x^2+1\right)'dx\right)=$	**2p**
	$=\pi\left(10+\left.\dfrac{\left(2x^2+1\right)\sqrt{2x^2+1}}{3}\right\|_0^2\right)=\dfrac{56\pi}{3}$, deci $\dfrac{a\pi}{3}=\dfrac{56\pi}{3}$, de unde obținem $a=56$	**3p**