Examenul național de bacalaureat 2026
Proba E. c)
Matematică *M_mate-info*

Model

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică
Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de trei ore.**

SUBIECTUL I (30 de puncte)

5p **1.** Determinați numărul real x pentru care numerele x, 8 și $2x+1$ sunt, în această ordine, termeni consecutivi ai unei progresii aritmetice.

5p **2.** Se consideră funcțiile $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=2x+1$ și $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g(x)=x+4$. Determinați numărul real a pentru care $(f\circ g)(a)=-a$.

5p **3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $2\log_5 x=\log_5(4x+5)$.

5p **4.** Se consideră mulțimea $A=\{1,3,5,7,8\}$. Determinați câte numere naturale de două cifre distincte, cu cifra zecilor impară, se pot forma cu cifre din mulțimea A.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(0,5)$ și $B(3,4)$. Determinați coordonatele punctului C pentru care $3\overrightarrow{OC}=\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}$.

5p **6.** Se consideră triunghiul ABC, cu $A=\frac{\pi}{2}$, $C=\frac{\pi}{3}$ și $AE=2$, unde E este punctul în care bisectoarea unghiului C intersectează latura AB. Arătați că distanța de la punctul B la dreapta CE este egală cu $2\sqrt{3}$.

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1. Se consideră matricea $A(a)=\begin{pmatrix} a & 0 & -2 \\ 1 & 1 & 1-a \\ 2 & 1 & -2 \end{pmatrix}$ și sistemul de ecuații $\begin{cases} ax-2z=4 \\ x+y+(1-a)z=3 \\ 2x+y-2z=5 \end{cases}$, unde a este număr real.

5p **a)** Arătați că $\det(A(0))=2$.

5p **b)** Determinați mulțimea numerelor reale a pentru care matricea $A(a)$ este inversabilă.

5p **c)** Pentru $a=2$, arătați că $x_0z_0+y_0\geq 0$, pentru orice soluție (x_0,y_0,z_0) a sistemului de ecuații, cu x_0, y_0 și z_0 numere reale.

2. Pe mulțimea $M=(1,+\infty)$ se definește legea de compoziție $x*y=\dfrac{xy-1}{(x-1)(y-1)}$.

5p **a)** Arătați că $3*5=\frac{7}{4}$.

5p **b)** Determinați $x\in M$ pentru care $x*x=3$.

5p **c)** Demonstrați că $(x*2)*x>2$, pentru orice $x\in M$.

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=x+\ln^2 x-x\ln x$.

5p **a)** Arătați că $f'(x)=\dfrac{(2-x)\ln x}{x}$, $x\in(0,+\infty)$.

5p **b)** Determinați abscisele punctelor situate pe graficul funcției f în care tangenta la graficul funcției f este paralelă cu axa Ox.

5p **c)** Demonstrați că ecuația $f(x)=0$ are soluție unică.

2. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2-2+\sqrt{x^2+4}$.

5p **a)** Arătați că $\int_0^3\left(f(x)-\sqrt{x^2+4}\right)dx=3$.

5p **b)** Arătați că $\int_0^{\sqrt{5}}\frac{x}{f(x)-x^2+2}dx=1$.

5p **c)** Demonstrați că $\lim_{x\to 0}\frac{1}{x^2}\int_0^x F(t)dt=0$, unde $F:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ este primitiva funcției f pentru care $F(0)=0$.